

## HOOFDSTUK III

### HET OPWEKKEN VAN ELEKTRISCHE TRILLINGEN

#### 1. Inleiding

Er werd reeds op gewezen, dat de uitstraling van energie door middel van een geleider, waarin een wisselstroom vloeit, des te groter is, naar mate de frequentie van de stroom hoger is. Het is dan ook gewoonte om de wisselstromen, die oorzaak zijn van een belangrijke energieuitstraling, aan te duiden met de naam hoogfrequente of radiofrequente wisselstromen. Dit als tegenstelling met de laagfrequente wisselstromen, die geen of nagenoeg geen uitstraling van energie veroorzaken. In de radiotechniek heeft het begrip „laagfrequent” echter een speciale betekenis gekregen. Onder laagfrequente stromen worden daar wisselstromen verstaan, waarvan de frequentie ligt in het gebied, dat door de frequenties van de samenstellende trillingen van een of andere informatie wordt bestreken. Het begrip „laagfrequent” moet in verband met de modulatie van een hoog- of radiofrequente wisselstroom daarom meer worden gezien om de verhouding tot de frequentie van de draagtrilling aan te geven.

Bestaat de over te brengen informatie uit geluidstrillingen, zoals b.v. bij radio-omroep, dan worden de betrokken „laagfrequente” trillingen vaak audiofrequent genoemd. Bij televisie bestaat de informatie uit een bepaalde beeldinhoud; het frequentiegebied, dat de samenstellende trillingen daarvan in beslag neemt, wordt videofrequent genoemd.

In het vervolg zullen de betrokken wisselstromen korthedshalve resp. worden aangeduid als hf- (eventueel rf-), lf-, af- of vf-wisselstromen.

#### 2. Mechanische trillingen

Een belangrijk deel van de radiotechniek houdt zich bezig met de methoden van het opwekken van hf-wisselstromen. De frequentie van deze stromen is echter zo hoog, dat de uit de sterkstroomtechniek bekende methoden voor het verkrijgen van hogere frequenties, nl. het vergroten van het aantal polen van een generator en het opvoeren van het toerental, praktisch niet meer in aanmerking komen.

De methoden voor het opwekken van hf-wisselstromen zijn andere. Omdat hierbij veel overeenkomst bestaat met het opwekken van mechanische trillingen en er zelfs duidelijk analogieën bestaan, wordt er meestal gesproken van hoogfrequente trillingen in elektrische trillingskringen. De overeenkomst tussen mechanische en elektrische trillingen is dan ook aanleiding om de bespreking van de laatste te doen voorafgaan door een mechanisch voorbeeld, nl. de slingerbeweging.

In een punt  $A$  zij aan een snoer een gewicht  $P$  opgehangen (fig. 3.1). Onder invloed van de zwaartekracht zal de slinger de stand  $AP$  aannemen; dit is de rust- of evenwichtstoestand. Wordt het gewicht nu in de stand  $S$  gebracht, waarbij het snoer gestrekt wordt gehouden, dan is de evenwichtstoestand

verstoord en het gewicht zal trachten de oorspronkelijke stand  $P$  weer in te nemen. In de stand  $S$  heeft het gewicht een zeker arbeidsvermogen van plaats t.o.v. de ruststand. Wordt het nu in  $S$  losgelaten, dan zal het gaan bewegen om de stand  $P$  weer in te nemen. Het gewicht krijgt dus een zekere snelheid. Is de stand  $P$  bereikt, dan is de potentiële energie nul geworden, maar tengevolge van de verkregen snelheid heeft het gewicht nu een zeker arbeidsvermogen van beweging of kinetische energie. Het gevolg daarvan is, dat het niet in de stand  $P$  zal blijven stilstaan, doch verder zal bewegen b.v. tot in de stand  $R$ , waar de kinetische energie is uitgeput, doch weer een zekere potentiële energie voorhanden is. Hetzelfde verschijnsel herhaalt zich nu in omgekeerde richting, zodat het gewicht in een slingerende beweging om de ruststand  $P$  geraakt. Als voorwaarde voor het ontstaan van de trilling geldt, dat aan het stelsel, dat de trilling kan uitvoeren, een zekere hoeveelheid energie wordt toegevoerd en dat deze gedurende de trilling telkens onmiddellijk en afwisselend van de ene vorm in de andere overgaat. Deze voorwaarde, hoewel afgeleid voor een eenvoudige mechanische trilling, geldt in principe voor elk trillingsverschijnsel.

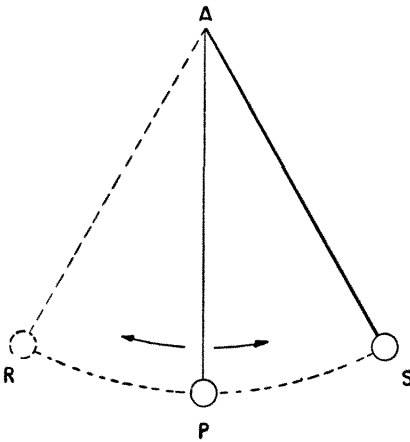


Fig. 3.1

Bleef deze omzetting van energie voortdurend bestaan, m.a.w. waren er geen oorzaken waardoor de energie, die oorspronkelijk werd toegevoerd, op andere wijze dan voor de instandhouding van de trilling werd gebruikt, dan zou de trilling immer blijven doorgaan. In het genoemde voorbeeld zou dan, na een gehele slingering, het gewicht weer terugkomen in de stand  $S$ , daarna teruggaan naar  $R$ , enz. De trilling zou ongedempt zijn, omdat de amplitude  $PS = PR$  constant zou zijn. In werkelijkheid zijn er verschillende oorzaken, die beletten, dat na één slingering de stand  $S$  weer wordt bereikt. Er is de wrijvingsweerstand van het snoer in het ophangpunt  $A$  te over-

winnen, de luchtweerstand werkt de slingering tegen, enz. In die weerstanden wordt energie verbruikt. Deze wordt onttrokken aan de voorraad energie, die aan het stelsel werd toegevoerd en wordt bij voortgezette slingering niet meer omgezet in een vorm, die de trilling kan onderhouden. Het energieverlies voor de overwinning van verschillende weerstanden is daardoor oorzaak van het steeds kleiner worden van de amplitude van de trilling, die dan gedempt wordt genoemd.

### 3. Elektrische trillingen

Het ontstaan van een elektrische trilling, dat is het voortdurend heen- en weer bewegen van een elektrische lading, is in wezen soortgelijk. Daartoe wordt elektrische energie aan een stroomkring, waarin de noodzakelijke omzettingen

kunnen plaatsvinden, toegevoerd. Een geladen condensator bevat een zekere hoeveelheid elektrostatische energie; een spoel, waarin een stroom loopt, omvat een magnetisch veld, waarin een zekere hoeveelheid elektrodynamische energie is opgehoopt. Door een combinatie van een capaciteit en een zelfinductie moet het dus mogelijk zijn een stelsel te vormen, waarin de elektrische energie nu eens in de ene, dan weer in de andere vorm voorkomt, in voortdurende afwisseling. Inderdaad is deze toestand te bereiken, wanneer een condensator tot ontlading wordt gebracht over een zelfinductie. Bij een schakeling als aangegeven in fig. 3.2, zal in stand 1 van de schakelaar de condensator  $C$  worden geladen uit de batterij. Is de spanning van de batterij  $V$  volt en is de capaciteit  $C$  farad, dan is de door de condensator opgenomen energie gelijk aan  $\frac{1}{2}CV^2$ . Wordt de schakelaar nu omgelegd in de stand 2, dan ontladde de condensator over de zelfinductie  $L$ . De stroom in  $L$  neemt, vanaf het moment van omschakelen, toe van nul tot een zeker maximum  $I$ , omdat er een magnetisch veld moet worden gevormd, waarin dus een hoeveelheid energie wordt opgelegd. Stroom en magnetisch veld hebben de grootste sterkte op het ogenblik dat de condensator geheel ontladen is. Dan is de energie van de condensator nul geworden, maar de energie van het magnetisch veld is dan maximum en gelijk aan  $\frac{1}{2}LI^2$ , als  $L$  de zelfinductie in henry en  $I$  de stroom in ampère is. Vanaf dit ogenblik zal de stroomsterkte gaan afnemen, maar de traagheid van het magnetisch veld zal trachten de toestand te bestendigen.

Het gevolg is, dat er een zelfinductiespanning ontstaat, waardoor de condensator weer wordt geladen, doch in tegengestelde zin als voorheen, zoals gemakkelijk uit de zelfinductiewetten is af te leiden. De condensator is weer geheel geladen als de stroom en het magnetisch veld weer nul zijn. Dan treedt hetzelfde verschijnsel op in omgekeerde richting. Aan de primaire voorwaarde voor het ontstaan van een trilling, nl. de onmiddellijke omzetting van energie van de ene vorm in de andere en omgekeerd, is dus voldaan. Bij deze voortdurende omzetting van energie treedt in de kring een wisselstroom op, waarvan kan worden aangetoond, dat hij sinusvormig is. Hier hebben we dus te doen met een elektrische trilling; de keten, waarin deze trilling kan optreden is een elektrische trillingskring.

De uitvoerige en exacte analyse van de verschijnselen in een trillingskring zal hier niet worden gegeven, doch er zal worden volstaan met het geven van enig inzicht. Voor de lezer met voldoende wiskundige scholing is de afleiding in Aanhangsel IV behandeld.

Van belang is in de eerste plaats, dat we de amplitude van de trilling te weten komen. Als we aannemen, dat er geen verliezen optreden, is de berekening zeer eenvoudig. De amplitude van de condensatorspanning is dan natuurlijk  $V$ , omdat deze spanning periodiek varieert tussen  $+V$  en  $-V$ .

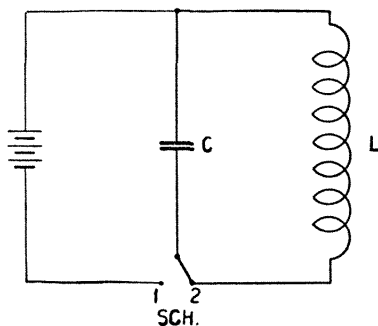


Fig. 3.2

Op het oogenblik dat de condensator net ontladen is, is de gehele energie van de condensatorlading opgelegd als energie van het magnetische veld. Noemen we dus de stroomamplitude  $I$ , dan moet zijn voldaan aan de voorwaarde:

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}LI^2,$$

waaruit direct volgt:

$$I = V\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (\text{III, 1})$$

waarin  $I$  in  $A$ , als  $V$  in  $V$ ,  $C$  in  $F$  en  $L$  in  $H$  is uitgedrukt.

Indien er geen verliezen optreden is de stroomamplitude dus constant en behalve door de laadspanning van de condensator, bepaald door de verhouding van capaciteit en zelfinductie van de trillingskring. Onder deze omstandigheden is de trilling ongedempt.

Verder is van belang, dat we een inzicht krijgen in het verloop van stroom in en spanning over de trillingskring. Dit kan op de volgende wijze worden verkregen. Noemen we de oogenblikswaarde van de stroom  $i$ , die van de spanning  $e$ , dan is op elk oogenblik de som van de energie van het magnetische veld van de spoel en de energie van het elektrische veld van de condensator gelijk aan de totale energie, die aan de trillingskring werd toegevoerd. We hebben dus:

$$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Ce^2 = \frac{1}{2}CV^2,$$

of:

$$\frac{Li^2}{CV^2} + \frac{e^2}{V^2} = 1.$$

Volgens (III, 1) is nu  $L/CV^2 = 1/I^2$ , zodat op elk oogenblik voldaan moet zijn aan de voorwaarde:

$$\frac{i^2}{I^2} + \frac{e^2}{V^2} = 1.$$

Aan deze voorwaarde is voldaan, als we stellen  $i/I = \sin x$  en  $e/V = \cos x$ , m.a.w. als we veronderstellen, dat de stroom sinusvormig en de spanning cosinusvormig verloopt <sup>1)</sup>.

Noemen we de periode van de trilling  $T$ , dan kan die periode op de volgende wijze worden berekend. Vanaf het oogenblik, dat de condensatorontlading begint, tot het oogenblik dat de condensator voor het eerst geheel is ontladen, verloopt een kwart periode. In dat tijdsinterval is dus de gehele condensatorlading  $Q = CV$  verplaatst. Dit geschiedt door een stroom, die sinusvormig toeneemt van nul tot de maximale waarde  $I$ . De gemiddelde waarde van de ontladestroom gedurende die kwart-periode  $T/4$  is nu  $2I/\pi$  (gemiddelde stroom over een kwart-periode van een wisselstroom is natuurlijk gelijk aan de gemiddelde

<sup>1)</sup> Een bewijs is dit niet. De redenering moet dus worden beschouwd als een verduidelijking, dat een dergelijk verloop mogelijk is. Het kan echter exact worden bewezen, dat het verloop inderdaad sin-, resp. cos-vormig is (zie Aanhangsel IV).

waarde over een halve periode en deze is, zoals bekend  $2I/\pi$ ). In die kwartperiode is dus door de ontladstroom een hoeveelheid elektriciteit verplaatst, die gelijk is aan:  $2I/\pi \cdot T/4 = IT/2\pi$ . Maar dit is gelijk aan de oorspronkelijke lading van de condensator. Hieruit volgt dus:

$$Q = CV = \frac{IT}{2\pi},$$

en derhalve:

$$T = 2\pi \frac{CV}{I}.$$

Met gebruikmaking van (III, 1) voor de verhouding van  $V$  en  $I$  vinden we dus:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (\text{III, 2})$$

$T$  in sec, als  $L$  in  $H$  en  $C$  in  $F$  worden uitgedrukt.

Hieruit volgt, dat de frequentie van de elektrische trilling is:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (\text{III, 3})$$

$f$  in Hz, als  $L$  in  $H$  en  $C$  in  $F$  worden uitgedrukt.

Voor de cirkelfrequentie van de trilling vinden we dus:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{III, 4})$$

en dientengevolge:  $i = I \sin \omega t$  en  $e = V \cos \omega t$ .

Stroom en spanning zijn dus  $90^\circ$  in phase verschoven. Dit klopt met de veronderstelling, dat er in de trillingskring geen verliezen optreden of m.a.w. dat er in de kring geen energie wordt verbruikt.

In werkelijkheid zal op de zojuist besproken wijze nooit een ongedempte trilling kunnen ontstaan, omdat elke stroomketen een zekere weerstand heeft. In die weerstand wordt bij stroomdoorgang een deel van de elektrische energie in warmte omgezet. Deze warmte kan niet onmiddellijk weer worden omgezet in een van de energievormen, die nodig zijn voor het instandhouden van de trilling. Het gevolg is, dat bij iedere periode van de trilling de amplitude kleiner wordt, totdat tenslotte alle energie, die oorspronkelijk aan de kring werd toegevoerd, in warmte is omgezet en de trilling ophoudt. De trilling is dan gedempt. De analyse van een gedempte trilling wordt in Aanhangel IV gegeven. Hier zullen we volstaan met de bespreking van de resultaten van een dergelijk onderzoek.

Het is gemakkelijk in te zien, dat de periode van een gedempte trilling een grotere waarde moet hebben dan die van een ongedempte. Bij de ontlading van de condensator ondervindt de stroom nu tegenstand van de weerstand en de zelfinductie beide, zodat de toename van de stroom minder snel zal geschieden, terwijl de stroom tevens kleiner is. Dientengevolge valt het moment

waarop de condensator geheel ontladen is, later dan bij ontbreken van de weerstand. De eerste kwart-periode van de trilling duurt dus bij aanwezigheid van de weerstand langer. Dezelfde overweging geldt voor alle volgende ladingen en ontladingen van de condensator. Bovendien nemen de stroomamplituden geleidelijk in sterkte af vanwege het energieverlies in de weerstand.

Voor de periode van de gedempte trilling wordt gevonden:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1 - \frac{R^2}{4} \cdot \frac{C}{L}}} \text{ sec.} \quad (\text{III, 5})$$

en voor de frequentie dienovereenkomstig:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \text{ Hz,} \quad (\text{III, 6})$$

als  $R$ ,  $C$  en  $L$  resp. in  $\Omega$ ,  $F$  en  $H$  worden uitgedrukt.

Het is nu echter ook mogelijk, dat de weerstand zo groot is, dat er helemaal geen trilling optreedt, omdat alle energie van de condensatorlading reeds in de eerste halve periode in warmte wordt omgezet. De ontlading van de condensator geschiedt dan aperiodiek. Uit (III, 5) volgt, dat deze toestand zich voordoet als  $R^2/4 \cdot C/L \geq 1$  is, want dan wordt de periode oneindig groot of imaginair, de eerste halve periode dus ook. Dat wil zeggen, dat er geen omkering van de stroom in de trillingskring plaats vindt, zodat er geen oscillerende ontlading optreedt. De condensatorontlading is dus aperiodiek als:

$$R^2 \geq \frac{4L}{C}, \quad (\text{III, 7})$$

waarin  $R$ ,  $L$  en  $C$  resp. in  $\Omega$ ,  $H$  en  $F$  moeten worden ingevuld.

Indien  $R^2$  kleiner dan  $4L/C$  is, dan ontstaat een gedempte trilling. De stroom in de trillingskring, uitgezet als functie van de tijd, heeft dan een gedaante als voorgesteld in fig. 3.3. Daar in elke periode hetzelfde gedeelte van de aan het

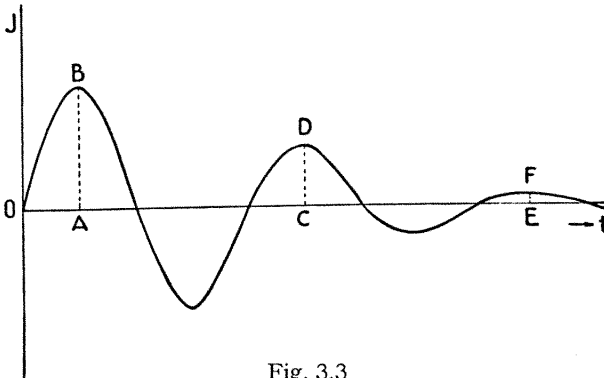


Fig. 3.3

begin van die periode aanwezige energie in warmte wordt omgezet, bestaat er tussen de op elkaar volgende stroomamplituden in dezelfde richting steeds dezelfde verhouding. In fig. 3.3 is dus:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{CD}{EF} = \dots$$

De verhouding van de opeenvolgende amplituden, zowel van stroom als van spanning, is constant, de logarithme van die verhouding dus ook. Hieruit volgt, dat, als  $I_1$  de eerste stroomamplitude is, de waarde van de  $n$ de amplitude kan worden berekend uit:

$$I_n = I_1 e^{-naT}, \quad (\text{III, 8})$$

waarin  $a = R/2L$ , de dempingsfactor,  $T$  de tijdsduur van één periode en  $\varepsilon$  de basis der natuurlijke logarithmen. Bedenkende, dat  $T = 1/f$ , dus  $T = 2\pi/\omega$ , kunnen we voor  $aT$  schrijven  $aT = \pi R/\omega L$ . Deze grootheid, die bekend staat onder de naam „logarithmisch decrement van de trilling”, kortweg decrement van de trilling (decrement = afname), en die aangeduid wordt door de letter  $\delta$ , wordt zeer vaak gebruikt om een eigenschap van de trillingskring aan te duiden en wordt dan de demping genoemd. De demping van een trillingskring is:

$$\delta = \frac{\pi R}{\omega L} = \frac{R}{2fL}, \quad (\text{III, 9})$$

De demping waarvan we de getallenwaarde vinden door  $R$ ,  $L$  en  $f$  resp. uit te drukken in ohm, henry en Hz, wordt gewoonlijk opgegeven in %.

Daar in de radiotechniek slechts bij hoge uitzondering (nl. in noodgevallen) nog wordt gewerkt met gedempte hf-trillingen, zullen de door middel van een trillingskring opgewekte trillingen ongedempt moeten worden gemaakt. In principe geschiedt dat ongedempt maken door op gezette tijdstippen de opgetreden verliezen ongedaan te maken door energie aan de trillingskring toe te voeren. Het geheel van een trillingskring en de inrichting voor het regelmatig toevoeren van energie wordt een oscillator genoemd. Verschillende methoden en schakelingen om een en ander te bewerkstelligen, worden verderop uitvoerig behandeld.

#### 4. Gedwongen elektrische trillingen

In het voorgaande werd het geval besproken van een trilling, die ontstaat, wanneer na de toevoer van energie de trillingskring aan zichzelf wordt overgelaten. De aard van de trilling is daarbij geheel afhankelijk van de elektrische grootheden van de trillingskring, te weten weerstand, zelfinductie en capaciteit. Onder deze omstandigheden spreekt men van een vrije trilling, waarbij frequentie en demping uitsluitend afhankelijk zijn van de elektrische eigenschappen van de trillingskring. De frequentie van de vrije trilling wordt daarom vaak de natuurlijke frequentie genoemd. Dit ter onderscheiding van de eigen frequentie, d.i. de frequentie van de vrije trilling bij een weer-

standsloze kring, of van de ongedempte trilling, die met dezelfde waarden van  $L$  en  $C$  zou ontstaan.

Meestal hebben we echter te doen met het geval, dat een trillingskring a.h.w. van buiten af een trilling krijgt toegevoerd. Welke verschijnselen zullen erdan optreden? Of m.a.w. hoe is het gedrag van de trillingskring ten opzichte van gedwongen trillingen? Radiotechnisch gesproken is dit een van de belangrijkste vraagstukken, omdat er tegenwoordig praktisch geen inrichtingen meer worden gebouwd, waarin gebruik wordt gemaakt van vrije trillingen in een trillingskring.

Wanneer de kring wordt aangestoten door een ongedempte trilling, dan ontstaan een vrije gedempte en een gedwongen ongedempte trilling. Van de eerste is de frequentie bepaald door de grootheden van de trillingskring, van de tweede komt de frequentie overeen met die van de aanstotende trilling. De vrije trilling dooft snel uit en alleen de gedwongen trilling blijft bestaan, de sterkte daarvan wordt bepaald door de grootte van de e.m.k. die in de kring wordt geïnduceerd en bovendien door de elektrische grootheden van de kring. Zoals we nog zullen aantonen, is bij een gegeven e.m.k. de stroom in de kring het grootst, wanneer de eigenfrequentie van de kring overeenkomt met die van de aanstotende trilling. Wanneer deze toestand optreedt, wordt er van resonantie gesproken. De frequentie, waarbij deze toestand optreedt is de resonantiefrequentie. Het in resonantie brengen wordt afstemmen genoemd.

### Vraagstukken bij hoofdstuk III

1. Gevraagd de capaciteit en zelfinductie van een trillingskring te berekenen, waarin bij een frequentie van 1 MHz een trilling optreedt met een stroomamplitude van 50 mA bij een spanningsamplitude van 60 V, als wordt aangenomen, dat de weerstand van de kring te verwaarlozen klein is.

Antw.:  $C = 132,7 \text{ pF}$ ;  $L = 191 \text{ } \mu\text{H}$ .

2. Voor een op 500 kHz af te stemmen trillingskring beschikt men over een spoel met een zelfinductie van  $225 \text{ } \mu\text{H}$ . Hoe groot moet de capaciteit van de condensator zijn: a) als de kringweerstand te verwaarlozen klein is; b) als de kringweerstand  $500 \text{ } \Omega$  bedraagt? Hoe groot moet de weerstand in de onder a) berekende kring zijn om de condensatorlading aperiodiek te maken? (Bij de berekeningen stelle men:  $\pi^2 = 10$ ).

Antw.:  $C_a = 444 \text{ pF}$ ;  $C_b = 396 \text{ pF}$ ;  $R = 1422 \text{ } \Omega$ .

3. Als van een trillingskring de natuurlijke frequentie hoogstens 1% mag verschillen van de eigenfrequentie, hoe groot mag het decrement van de trilling dan zijn?

Antw.:  $\delta = 0,894$ .